<table>
<tr><th colspan="3">Kontraste für Mittelwertsunterschiede (für unabhängige Gruppen)</th></tr>
<tr><td>Frage-stellung</td><td colspan="2">Unterscheiden sich verschiedene Stichproben/Gruppen, die durch die Ausprägungen der unabhängigen Variablen gebildet werden, hinsichtlich der kontinuierlichen, normalverteilten abhängigen Variable Y?</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Hypothesen</td><td colspan="2">1. In einer Studie wird der Zusammenhang einer UV X mit zwei, drei usw. Ausprägungen auf eine intervallskalierte AV Y untersucht. Im Einzelnen wird erwartet, dass die AV bei Ausprägung X=1 der UV im Mittel größer/kleiner/ungleich/gleich als bei Ausprägung X=2 ist, bei Ausprägung X=3 … .
2. In einem Experiment wird die UV X manipuliert. Die Versuchspersonen werden den resultierenden Experimental- und Kontrollbedingungen randomisiert zugeteilt. Die Hypothese ist, dass die AV Y bei Ausprägung X_1 der UV im Mittel größer/kleiner/ungleich/gleich als bei Ausprägung X_2 ist, bei Ausprägung X_3 … .</td></tr>
<tr><td>Ableitung + Statistische Hypothesen</td><td colspan="2">PH-gerichtet: Die AV ist in Bedingung X=1 größer/ kleiner als in Bedingung X=2 ausgeprägt und in Bedingung X=3 größer/kleiner als in Bedingung X=4
PH-ungerichtet: Die ist AV ist in den Bedingung ungleich (H_1)/ gleich (H_0) ausgeprägt.
⇨
PV: Vermutete mittlere Unterschiede zwischen den Gruppen, die durch die Ausprägungen der UV gebildet werden. ⇨

Vorhersagekonforme Statistische Hypothesen:
Gerichtet: H_1: Kontrast Delta < 0, H_0: Kontrast Delta ≥ 0 bzw.
H_1: Kontrast Delta > 0, H_0: Kontrast Delta ≤ 0
Ungerichtet: H_1: Kontrast Delta ≠ 0; H_0: Kontrast Delta = 0</td></tr>
<tr><td>Test-planung</td><td colspan="2">Von Hand: Determinanten: Alpha, Beta, Effektgröße (Cohens d), N
$n= [(z_{1-\alpha}+z_{1-\beta})^2 * \sum c^2_{k,t}]/d^2$ z: Wert der Standardnormalverteilung
über Excel =NORM.S.INV(1-Alpha)

Siehe auch Fehleradjustierung sofern mehrere statistische Hypothesen verknüpft sind</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Relevante Kennwerte</td><td>Mittelwert der AV Y</td><td>$M= \sum_i y_i/n$</td></tr>
<tr><td>Gepoolte Standardabweichung / Streuung innerhalb der Bedingungen</td><td>$s_{iB} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1{}^2+(n_2-1)s_2{}^2+(n_3-1)s_3{}^2}{(n_1-1)+(n_2-1)+(n_3-1)}} = \sqrt{\frac{s_1{}^2+s_2{}^2++s_3{}^2}{3}}$
bei $n_1=n_2=n_3$</td></tr>
<tr><td>Standardfehler des Mittelwerts</td><td>$s_M= s_{iB}$/wurzel(n)</td></tr>
<tr><td>Konfidenzintervall der Mittelwerts Konfidenz= Wahrscheinlichkeit, dass der Wert in diesem Bereich liegt (meist 95%)</td><td>$M \pm t_{df=N-2,\ Konfidenz} * s_M$</td></tr>
<tr><td>Konstrastkoeffizienten $c_{k,t}$</td><td>Gewichtung der Mittelwerte = Definition, welche Mittelwerte verglichen werden sollen</td></tr>
<tr><td>Kontrast D = Summe der gewichteten Mittelwerte</td><td>$D = \sum_k c_k * M_k$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Statistischer Test</td>
<td colspan="2">Definiere zu testenden Kontrast
$D = \sum_k c_k * M_k$
Randbedingungen: Summe der Kontrastkoeffizienten $\sum c_k = 0$
Summe der Absolutwerte der Kontrastkoeffizienten $\sum |c_k| = 2$

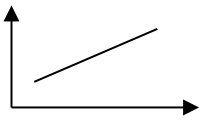
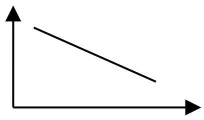
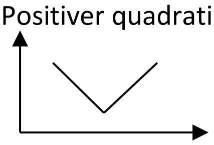
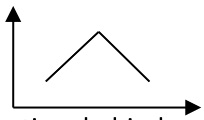
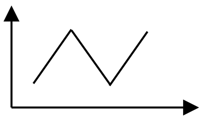
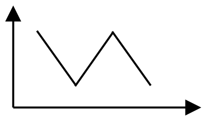
Bestimme Teststatistik t
$t_{emp} = D / [s_{iB} * \text{wurzel}(\sum c^2_k / n)]$
Bei Paarkontrast, d.h. Kontrast für genau 2 Mittelwerte:
$t_{emp} = [(+1)*M_1 + (-1)*M_2] / [s_{iB} * \text{wurzel}(2/n)]$

Vergleich mit $t_{krit}(\alpha;df)$= ? $df = \Sigma_k(n_k-1)$
t_{krit} aus Excel: =T.INV(1-alpha; df) einseitig
=T.INV.2S(alpha;df) zweiseitig
ODER
Vergleich p = Wahrscheinlichkeit t_{emp} unter H_0 mit Alpha aus Testplanung
p-Wert aus Excel: =T.VERT.RE(t_{emp};df) einseitig
= T.VERT.2S(t_{emp};df) zweiseitig</td>
</tr>
<tr>
<td>Orthogonalität</td>
<td>Wenn mehr als ein Kontrast berechnet wird, dann sollte sichergestellt werden, dass die in den Daten vorhandene Information nicht mehrfach genutzt wird
→ Berechnung orthogonaler Kontraste
→ Orthogonalität liegt vor wenn Produktsumme der korrespondierenden Kontrastkoeffizienten gleich Null ist:
$\sum c_{k,t} * c_{k,t'} = 0$</td>
<td>=SUMMENPRODUKT(
Kontrastkoeffizienten1;
Kontrastkoeffizienten2)</td>
</tr>
<tr>
<td>Entscheidung über SH</td>
<td colspan="2">Entscheidung nach folgendem Schema:

Bei $t_{emp} \geq t_{krit}$ ODER $p \leq$ Alpha aus Testplanung ⇨ Annahme H_1
Bei $t_{emp} < t_{krit}$ ODER $p >$ Alpha aus Testplanung ⇨ Annahme H_0</td>
</tr>
<tr>
<td>Effektstärke Konfidenzintervall</td>
<td>Cohens d
$d = D / s_{iB}$</td>
<td>Standardfehler d
$$SE_d = \hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2} + \frac{d^2}{2 * (n_1 + n_2)}}$$
Achtung: die n müssen an den jeweiligen Kontrast angepasst werden.

Konfidenzintervall (bei Annahme Normalverteilung)
• Untere Grenze: $d - 1{,}96 * SE_d$
• Obere Grenze: $d + 1{,}96 * SE_d$</td>
</tr>
<tr>
<td>Effektstärke Konventionen</td>
<td colspan="2">d >= 0,2 ⇨ Kleiner Effekt
d >= 0,5 ⇨ Mittlerer Effekt
d >= 0,8 ⇨ Großer Effekt
d >= 1,2 ⇨ Sehr großer Effekt</td>
</tr>
</table>

Entscheidungen über PV	Entscheidung nach folgendem Schema: Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener H_0 ⇨ PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener H_1 ⇨ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener H_1 + d > d aus Testplanung ⇨ PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener H_1 + d < d aus Testplanung ⇨ PV bedingt eingetreten, PH bedingt bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener H_0 ⇨ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt

Trends	
Fragestellung	**Welchen Verlauf zeigen die Mittelwerte der kontinuierlichen, normalverteilten abhängigen Variable Y in verschiedenen Gruppen, die durch eine UV X gebildet werden und eine bestimmte Reihenfolge haben?** **⇒ Es werden alle möglichen Verläufe statistisch getestet**
Psychologische Hypothesen ➔ Statistische Hypothesen	PH: Über die Ausprägungen der UV hinweg zeigt sich in der AV ein … Trend. ODER Es besteht ein …. Zusammenhang zwischen der UV und der AV ⇨ PV: Trend der operationalisierten AV über die Ausprägungen der UV hinweg. Arten von Trends Positiver (steigender) linearer Trend (min. k=2)  negativer (fallender) linearer Trend  Positiver quadratischer Trend (min. k=3)  negativer quadratischer Trend  Positiver kubischer Trend (min. k=4)  negativer kubischer Trend  ⇨ Vorhersagekonforme Statistische Vorhersage: $H_{1\text{-Trend}}$: Kontrast$_{Trend}$</> 0 ; $H_{0\text{-Trend}}$: Kontrast$_{Trend}$ = 0 Wenn ausschließlich dieser Trend vorliegen soll, dann muss zusätzlich das Nicht-Vorliegen anderer Trends getestet werden Statistische Vorhersagen können über Kontrast und t-Test getestet werden

Trendkontraste und Koeffizienten

Anzahl k Ausprägungen UV	Art des Trends	Kontrastkoeffizienten					$\sum c^2_k$
		c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	
k = 3	Linear	–1	0	+1	—	—	$\sum c^2_{k,Lin,3} = 2{,}0$
	Quadrat	+1/2	–1	+1/2	—	—	$\sum c^2_{k,Qua,3} = 1{,}5$
k = 4	Linear	–3/4	–1/4	+1/4	+3/4	—	$\sum c^2_{k,Lin,4} = 1{,}25$
	Quadrat	+1/2	–1/2	–1/2	+1/2	—	$\sum c^2_{k,Qua,4} = 1{,}00$
	Kubisch	–1/4	+3/4	–3/4	+1/4	—	$\sum c^2_{k,Kub,4} = 1{,}25$
k = 5	Linear	–2/3	–1/3	0	+1/3	+2/3	$\sum c^2_{k,Lin,5} = 1{,}11$
	Quadrat	+2/4	–1/4	–2/4	–1/4	+2/4	$\sum c^2_{k,Qua,5} = 0{,}875$
	Kubisch	–1/3	+2/3	0	–2/3	+1/3	$\sum c^2_{k,Kub,5} = 1{,}11$
	Quart.	+1/8	–4/8	+6/8	–4/8	+1/8	$\sum c^2_{k,Qrt,5} = 1{,}09$

Statistischer Test

t-Test für Trend

$t = (\sum c_{k,t} * M_k) / (s_{iB} * \text{wurzel}(\sum c_{k,t}^2/n))$

Vergleich mit $t_{krit(\alpha;FG)}$= ? bei df= $\Sigma_k(n_k-1)$

Vergleich mit $t_{krit}(\alpha;df)$= ?

t_{krit} aus Excel: =T.INV (1-alpha; df) einseitig
=T.INV.2s(alpha;df) zweiseitig

ODER

Vergleich p = Wahrscheinlichkeit t_{emp} unter H_0 mit Alpha aus Testplanung

p-Wert aus Excel: =T.VERT.RE(t_{emp};df) einseitig
= T.VERT.2S(t_{emp};df) zweiseitig

Effektstärke Konfidenzintervall

Cohens d

$d = D/ s_{iB}$

Standardfehler d

$$SE_d = \hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2} + \frac{d^2}{2 * (n_1 + n_2)}}$$

Achtung: die n müssen an den jeweiligen Kontrast angepasst werden

Konfidenzintervall (bei Annahme Normalverteilung)

- Untere Grenze: $d - 1{,}96 * SE_d$
- Obere Grenze: $d + 1{,}96 * SE_d$

Effektstärke Konventionen

d >= 0,2 ⇨ Kleiner Effekt
d >= 0,5 ⇨ Mittlerer Effekt
d >= 0,8 ⇨ Großer Effekt
d >= 1,2 ⇨ Sehr großer Effekt