

Rangtests für unabhängige Stichproben			
Frage- stellung	Unterscheiden sich zwei Gruppen hinsichtlich der Variablen Y? Die Verteilung der Variablen Y ist nicht normal. Die Variable wurde auf Ordinalskalenniveau gemessen.		
Variablen	UV X ist dichotom AV Y ist in der Population kontinuierlich, wird auf Ordinal- oder Intervallskalenniveau gemessen. Die AV muss nicht normalverteilt sein.		
Inhaltliche Hypothesen	1. In einer Studie wird die Wirkung einer UV X mit zwei Ausprägungen auf eine AV Y untersucht. Im Einzelnen wird erwartet, dass die AV bei Ausprägung X=1 der UV größere/kleinere/andere/gleiche Werte als bei Ausprägung X=2 hat. 2. In einem Experiment wird die UV X manipuliert. Die Versuchspersonen werden den resultierenden Experimental- und Kontrollbedingungen randomisiert zugeteilt. Die Hypothese ist, dass die AV bei Ausprägung X=1 der UV größere/kleinere/andere/gleiche Werte als bei Ausprägung X=2 hat.		
Ableitung + Statistische Hypothesen	PH-gerichtet: Die AV ist bei X=1 größer/ kleiner als bei X=2. PH-ungerichtet: Die AV ist bei X=1 ungleich (H_1)/ gleich (H_0) wie bei X=2. \Rightarrow PV: Vermuteter Unterschied zwischen den Gruppen, die durch die Ausprägungen der UV gebildet werden. \Rightarrow Statistische Hypothesen über Rangsummen Gerichtet: $H_1: RS_1 > RS_2$; $H_0: RS_1 \leq RS_2$ Ungerichtet: $H_1: RS_1 \neq RS_2$; $H_0: RS_1 = RS_2$		
Testplanung	Planung erfolgt üblicherweise für Variablen auf Intervallskalenniveau. Siehe Testplanung t-test.		
Relevante Kennwerte	Transformation der Werte der AV in Ränge mit Rangbindung	=RANG.MITTELW(Zelle;Bereich;1) Wichtig: beim Kopieren der Formel Bereich fixieren	
	Rangsumme	$rs = \sum_{i=1}^n R_i$	=SUMME(Bereich über die Ränge)
	Erwarteter Wert der Rangsumme	$E(rs_{\text{Gruppe mit kleinerem } n}) = \frac{n_k * (n_g + n_k + 1)}{2}$	
	Geschätzte Standardabweichung	$\sigma_{rs} = \sqrt{\frac{n_k * n_g * (n_g + n_k + 1)}{12}}$	

Statistischer Test	<p>Wilcoxon Rangsummentest für $n < 20$: Teststatistik ist die Rangsumme in Gruppe 1 (rs_1)</p> <p>Wilcoxon Rangsummentest – Approximativer z-Test für $n \geq 20$:</p> $z_{emp} = \frac{rs - E(rs)}{\sigma_{rs}}$ $= \frac{rs - \frac{n_k * (n_g + n_k + 1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_k * n_g * (n_g + n_k + 1)}{12}}}$	
Kritischer Wert	<p>Wilcoxon Rangsummentest $n < 20$: $rs_{krit}(\alpha; n_k; n_g) = ?$ Tabelle befindet sich am Ende der Formelsammlung ($p=0,05$ für untere und $p=0,95$ für obere kritische Werte)</p> <p>Wilcoxon Rangsummentest – Approximativer z-Test für $n \geq 20$ $z_{krit}(\alpha) = ?$</p>	<p>Kritischer z-Wert (positiver Wert einseitig) =NORM.S.INV(1-Alpha)</p> <p>Kritischer z-Wert (positiver Wert zweiseitig) =NORM.S.INV(1-Alpha/2)</p> <p>Empirischer p-Wert =1-NORM.S.VERT(z_{emp};wahr)</p>
Entscheidung über Hypothese	<p>Entscheidung nach folgendem Schema: Wilcoxon Rangsummentest für $n < 20$:</p> <p>Bei $rs \geq rs_{oberer_krit}$ bzw. $rs \leq rs_{unterer_krit} \Rightarrow$ Annahme H_1 Bei $rs < rs_{oberer_krit}$ bzw. $rs > rs_{unterer_krit} \Rightarrow$ Annahme H_0</p> <p>Wilcoxon Rangsummentest – Approximativer Test für $n \geq 20$: Bei $z_{emp} \geq z_{krit}$ ODER $p \leq \alpha$ aus Testplanung \Rightarrow Annahme H_1 Bei $z_{emp} < z_{krit}$ ODER $p > \alpha$ aus Testplanung \Rightarrow Annahme H_0</p>	
Effektgröße/ Konventionen	<p>mit rs_k:</p> $\theta = 1 + \frac{n_k * (n_k + 1)}{2 * n_k * n_g} - \frac{rs_k}{n_k * n_g}$	<p>$\theta \geq 0,55 \Rightarrow$ Kleiner Effekt $\theta \geq 0,65 \Rightarrow$ Mittlerer Effekt $\theta \geq 0,75 \Rightarrow$ Großer Effekt</p>
Entscheidungen über PV und PH	<p>Entscheidung nach folgendem Schema:</p> <p>Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener $H_0 \Rightarrow$ PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener $H_1 \Rightarrow$ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_1 + \theta > \theta$ (erwartete Effektgröße) \Rightarrow PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_1 + \theta < \theta$ (erwartete Effektgröße) \Rightarrow PV bedingt eingetreten, PH bedingt bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_0 \Rightarrow$ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt</p>	

7 Wilcoxon-Rangsummen-Test

In der folgenden Tabelle sind ausgewählte p -Quantile für die Prüfgröße des Wilcoxon-Rangsummen-Tests (s. Abschn. 11.2.2) angegeben. Die 0,005- bis 0,20-Quantile werden als kritische Untergrenzen, die 0,80- bis 0,995-Quantile als kritische Obergrenzen für $rs_{(p; n_k; n_g)}$ herangezogen.

Dabei bedeutet:

- ▶ n_k = Stichprobengröße der kleineren Stichprobe
- ▶ n_g = Stichprobengröße der größeren Stichprobe

Tabelle A.7 Wichtige p -Quantile für die Prüfgröße des Wilcoxon-Rangsummen-Tests

Kritische untere Werte

n_k	n_g	p -Quantil					
		0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,20
4	4			10	11	13	14
4	5		10	11	12	14	15
4	6	10	11	12	13	15	17
4	7	10	11	13	14	16	18
4	8	11	12	14	15	17	20
4	9	11	13	14	16	19	21
4	10	12	13	15	17	20	23
4	11	12	14	16	18	21	24
4	12	13	15	17	19	22	26
5	5	15	16	17	19	20	22
5	6	16	17	18	20	22	24
5	7	16	18	20	21	23	26
5	8	17	19	21	23	25	28
5	9	18	20	22	24	27	30
5	10	19	21	23	26	28	32
5	11	20	22	24	27	30	34
5	12	21	23	26	28	32	36
6	6	23	24	26	28	30	33
6	7	24	25	27	29	32	35
6	8	25	27	29	31	34	37
6	9	26	28	31	33	36	40
6	10	27	29	32	35	38	42

Tabelle A.7 (Fortsetzung)

n_k	n_g	p -Quantil					
		0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,20
6	11	28	30	34	37	40	44
6	12	30	32	35	38	42	47
7	7	32	34	36	39	41	45
7	8	34	35	38	41	44	48
7	9	35	37	40	43	46	50
7	10	37	39	42	45	49	53
7	11	38	40	44	47	51	56
7	12	40	42	46	49	54	59
8	8	43	45	49	51	55	59
8	9	45	47	51	54	58	62
8	10	47	49	53	56	60	65
8	11	49	51	55	59	63	69
8	12	51	53	58	62	66	72
9	9	56	59	62	66	70	75
9	10	58	61	65	69	73	78
9	11	61	63	68	72	76	82
9	12	63	66	71	75	80	86
10	10	71	74	78	82	87	93
10	11	73	77	81	86	91	97
10	12	76	79	84	89	94	101
11	11	87	91	96	100	106	112
11	12	90	94	99	104	110	117
12	12	105	109	115	120	127	134

n_k	n_g	p -Quantil					
		0,80	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
4	4	22	23	25	26		
4	5	25	26	28	29	30	
4	6	27	29	31	32	33	34
4	7	30	32	34	35	37	38
4	8	32	35	37	38	40	41
4	9	35	37	40	42	43	45
4	10	37	40	43	45	47	48
4	11	40	43	46	48	50	52
4	12	42	46	49	51	53	55
5	5	33	35	36	38	39	40
5	6	36	38	40	42	43	44
5	7	39	42	44	45	47	49
5	8	42	45	47	49	51	53
5	9	45	48	51	53	55	57
5	10	48	52	54	57	59	61

Kritische obere Werte

Tabelle A.7 (Fortsetzung)

n_k	n_g	p -Quantil					
		0,80	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
5	11	51	55	58	61	63	65
5	12	54	58	62	64	67	69
6	6	45	48	50	52	54	55
6	7	49	52	55	57	59	60
6	8	53	56	59	61	63	65
6	9	56	60	63	65	68	70
6	10	60	64	67	70	73	75
6	11	64	68	71	74	78	80
6	12	67	72	76	79	82	84
7	7	60	64	66	69	71	73
7	8	64	68	71	74	77	78
7	9	69	73	76	79	82	84
7	10	73	77	81	84	87	89
7	11	77	82	86	89	93	95
7	12	81	86	91	94	98	100
8	8	77	81	85	87	91	93
8	9	82	86	90	93	97	99
8	10	87	92	96	99	103	105
8	11	91	97	101	105	109	111
8	12	96	102	106	110	115	117
9	9	96	101	105	109	112	115
9	10	102	107	111	115	119	122
9	11	107	113	117	121	126	128
9	12	112	118	123	127	132	135
10	10	117	123	128	132	136	139
10	11	123	129	134	139	143	147
10	12	129	136	141	146	151	154
11	11	141	147	153	157	162	166
11	12	147	154	160	165	170	174
12	12	166	173	180	185	191	195

Rangtests für abhängige Stichproben			
Fragestellung	Unterscheiden sich zwei Gruppen hinsichtlich der Variablen Y? Die Verteilung der Variablen Y ist nicht normal oder wurde nur auf Ordinalskalenniveau gemessen.		
Variablen	UV X ist dichotom und within subjects manipuliert AV Y ist in der Population kontinuierlich, wird auf Ordinal- oder Intervallskalenniveau gemessen. Die AV ist nicht normalverteilt.		
Inhaltliche Hypothesen	1. In einer Studie wird die Wirkung einer UV X mit zwei Ausprägungen auf eine AV Y untersucht. Im Einzelnen wird erwartet, dass die AV bei Ausprägung X=1 der UV größer/kleiner/ungleich/gleich als bei Ausprägung X=2 ist 2. In einem Experiment wird die UV X manipuliert. Die Versuchspersonen nehmen an beiden Bedingungen in randomisierter Reihenfolge teil. Die Hypothese ist, dass die AV Y bei Ausprägung X=1 der UV größer/kleiner/ungleich/gleich als bei Ausprägung X=2 ist		
Ableitung + Statistische Hypothesen	PH-gerichtet: Die AV ist bei X=1 größer/ kleiner als bei X=2. PH-ungerichtet: Die AV ist bei X=1 ungleich (H_1)/ gleich (H_0) wie bei X=2. \Rightarrow PV: Vermuteter Unterschied in der AV zwischen den Messungen t_1 und t_2 , die durch die Ausprägungen der UV gebildet werden. \Rightarrow Statistische Hypothesen Gerichtet: $H_0: r_s^{\text{Verbesserung}} \leq r_s^{\text{Verschlechterung}}$, $H_1: r_s^{\text{Verbesserung}} > r_s^{\text{Verschlechterung}}$ Ungerichtet: $H_0: r_s^{\text{Verbesserung}} = r_s^{\text{Verschlechterung}}$, $H_1: r_s^{\text{Verbesserung}} \neq r_s^{\text{Verschlechterung}}$		
Testplanung	Planung erfolgt üblicherweise für Variablen auf Intervallskalenniveau. Siehe Testplanung t-test.		
Relevante Kennwerte	Differenzen der Werte der AV für jede Person	$d_{pi} = y_{1,pi} - y_{2,pi}$	
	Ränge der Absolutwerte der Differenzen, die von Null verschieden sind	Absolutwerte der Differenzen $ d_{pi} $ mit Excel =abs(d_{pi})	Bestimmung Ränge mit Excel =RANG.MITTELW(Zelle; Bereich;1)
	Rangsumme der positiven Differenzen	$W^+ = r_s^{\text{Verbesserung}} =$ Rangsumme wenn $d_{pi} > 0$	=wenn($d_{pi} > 0$; ZelleRang;"")
	Erwarteter Wert der Rangsumme	$E(W^+) = \frac{n * (n + 1)}{4}$	n = Anzahl der vergebenen Ränge
	Geschätzte Standardabweichung	$\sigma_{W^+} = \sqrt{\frac{n * (n + 1) * (2 * n + 1)}{24}}$	

Statistischer Test	<p>Wilcoxon Vorzeichen Rangtest $n < 20$: Teststatistik ist die Rangsumme der Personen, die eine positive Differenz haben W^+ (= $r_s^{\text{Verbesserung}}$)</p> <p>Wilcoxon Vorzeichen Rangtest – Approximativer z-Test für $n \geq 20$ (n = Anzahl vergebene Ränge):</p> $z_{\text{emp}} = \frac{W^+ - E(W^+)}{\sigma_{W^+}}$ $= \frac{W^+ - \frac{n * (n + 1)}{4}}{\sqrt{\frac{n * (n + 1) * (2 * n + 1)}{24}}}$	
Kritischer Wert	<p>Wilcoxon Vorzeichen Rangtest $n \leq 20$: $W^+_{\text{krit}(\alpha, n)} = ?$ siehe Tabelle am Ende der</p> <p>Wilcoxon Vorzeichen Rangtest – Approximativer z-Test für $n \geq 20$: $z_{\text{krit}(\alpha)} = ?$</p>	<p>Kritischer z-Wert (positiver Wert einseitig) =NORM.S.INV(1-Alpha) Kritischer z-Wert (positiver Wert zweiseitig) =NORM.S.INV(1-Alpha/2)</p> <p>Empirischer p-Wert =1-NORM.S.VERT(z_{emp};wahr)</p>
Entscheidung über Hypothese	<p>Entscheidung nach folgendem Schema: Wilcoxon Vorzeichen Rangtest für $n < 20$:</p> <p>Bei $W^+ \geq W^+_{\text{krit}} \Rightarrow$ Annahme H_1 Bei $W^+ < W^+_{\text{krit}} \Rightarrow$ Annahme H_0</p> <p>Wilcoxon Vorzeichen Rangtest – Approximativer Test für $n \geq 20$: Bei $z_{\text{emp}} \geq z_{\text{krit}}$ ODER $p \leq \text{Alpha} \Rightarrow$ Annahme H_1 Bei $z_{\text{emp}} < z_{\text{krit}}$ ODER $p > \text{Alpha} \Rightarrow$ Annahme H_0</p>	
Effektgröße/ Konventionen	<p>Gamma $\gamma = \pi - 0,5$ π :Wahrscheinlichkeit für eine positive Differenz =(ZÄHLENWENN(Bereich d_{pi}; ">0") / ANZAHL(Bereich)) – 0,5</p>	<p>$\gamma \geq 0,05 \Rightarrow$ Kleiner Effekt $\gamma \geq 0,15 \Rightarrow$ Mittlerer Effekt $\gamma \geq 0,25 \Rightarrow$ Großer Effekt</p>
Entscheidungen über PV und PH	<p>Entscheidung nach folgendem Schema:</p> <p>Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener $H_0 \Rightarrow$ PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_0 und eingetretener $H_1 \Rightarrow$ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_1 + \gamma > \gamma$ (erwartete Effektgröße) \Rightarrow PV eingetreten, PH bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_1 + \gamma > \gamma$ (erwartete Effektgröße) \Rightarrow PV bedingt eingetreten, PH bedingt bewährt Bei abgeleiteter H_1 und eingetretener $H_0 \Rightarrow$ PV nicht eingetreten, PH nicht bewährt</p>	

Wilcoxon Vorzeichen Rangtest für abhängige Stichproben

Tabelle A.4 Wichtige p -Quantile w_p^+ der Prüfgröße W^+ für den Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest

n	Kritische untere Werte				p -Quantil	Kritische obere Werte		
	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
4	0	0	0	1	8	9	10	10
5	0	0	1	3	11	13	14	14
6	0	1	3	4	16	17	19	20
7	1	3	4	6	21	23	24	26
8	2	4	6	9	26	29	31	33
9	4	6	9	11	33	35	38	40
10	6	9	11	15	39	43	45	57
11	8	11	14	18	47	51	54	57
12	10	14	18	22	55	59	62	66
13	13	18	22	27	63	68	72	77
14	16	22	26	32	72	78	82	88
15	20	26	31	37	82	88	93	99
16	24	30	36	43	92	99	105	111
17	28	35	42	49	103	110	117	124
18	33	41	48	56	114	122	129	137
19	38	47	54	63	126	135	142	151
20	44	53	61	70	139	148	156	165